

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT**

**BÁO CÁO HỌC THUẬT**

**SỬ DỤNG QUY TẮC L'HOSPITAL ĐỂ TÍNH GIỚI HẠN**

**TH.S NGUYỄN THẾ LÂM**

**Hà Nội , tháng 6/2026**

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT**

**BÁO CÁO HỌC THUẬT**

**SỬ DỤNG QUY TẮC L'HOSPITAL ĐỂ TÍNH GIỚI HẠN**

**XÁC NHẬN CỦA BỘ MÔN**

**Hà Nội , tháng 6/2026**

## MỤC LỤC

<b>LỜI MỞ ĐẦU .....</b>	<b>2</b>
<b>PHẦN I. QUY TẮC L'HOSPITAL .....</b>	<b>3</b>
<b>PHẦN 2. BÀI TẬP .....</b>	<b>6</b>
<b>Dạng 1. Tìm các giới hạn sau: .....</b>	<b>6</b>
<b>Dạng 2. Tính các giới hạn sau: .....</b>	<b>7</b>
<b>Dạng 3. ....</b>	<b>8</b>
<b>KẾT LUẬN .....</b>	<b>10</b>
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>11</b>

## LỜI MỞ ĐẦU

Trong giải tích, quy tắc L'hospital đóng vai trò quan trọng, là công cụ dùng đạo hàm để khử các dạng vô định khi tính giới hạn. Thay vì dùng các phép biến đổi đại số phức tạp, quy tắc này giúp tính giới hạn một cách nhanh chóng và có hệ thống. Quy tắc L'hospital không chỉ quan trọng trong chương trình toán học phổ thông, Đại học mà còn là nền tảng cốt lõi trong các bài toán tối ưu hóa, vật lý, kỹ thuật và phân tích thuật toán.

Trong đề thi môn toán giải tích 1 thường xuất hiện câu tính giới hạn có sử dụng đến quy tắc L'hospital. Nhằm giúp các em sinh viên làm tốt câu tính giới hạn tôi đã hoàn thành báo cáo này.

Ưu điểm của báo cáo là hệ thống ví dụ và bài tập đầy đủ kèm theo lời giải chi tiết dễ hiểu.

Báo cáo gồm 2 phần:

Phần 1: Trình bày về quy tắc L'hospital .

Phần 2: Là hệ thống bài tập .

Đây là tài liệu bổ ích giúp các em sinh viên và cả các thầy cô hiểu sâu hơn về quy tắc L'hospital , học được kỹ năng giải các bài toán về tính giới hạn khi sử dụng quy tắc L'hospital.

Mặc dù rất cố gắng nhưng chắc chắn báo cáo sẽ khó tránh khỏi các thiếu sót. Vì vậy rất mong nhận được những ý kiến phản hồi cũng như đóng góp để báo cáo hoàn thiện hơn.

## PHẦN I. QUY TẮC L'HOSPITAL

Chúng ta đã biết rằng có một mối quan hệ giữa giới hạn dạng vô định và không vô định. Chúng ta bắt đầu tìm hiểu vấn đề này với một định lý đơn giản:

Nếu  $f(x)$  và  $g(x)$  đều bằng 0 tại  $x = a$  và có đạo hàm tại đây, thì

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} = \frac{f'(x)}{g'(x)} \Big|_{x=a} \quad (1)$$

với  $g'(a) \neq 0$ . Để chứng minh, ta sử dụng  $f(a) = 0$  và  $g(a) = 0$  để viết:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{[f(x) - f(a)] / (x - a)}{[g(x) - g(a)] / (x - a)} \rightarrow \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Sử dụng phương pháp này, chúng ta có thể dễ dàng tính được các giới hạn sau:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^2 + 5x - 14} = \frac{6x - 7}{2x + 5} \Big|_{x=2} = \frac{5}{9} \quad (2)$$

Và

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{\cos x}{1} \Big|_{x=0} = 1 \quad (3)$$

Một ví dụ khác 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{e^{2x} - 1} = \frac{\frac{6}{\cos^2 6x}}{2e^{2x}} \Big|_{x=0} = \frac{6}{2} = 3 \quad (4)$$

nếu ta sử dụng các cách khác thì sẽ rất khó để tính được giới hạn này.

Công thức (1) yêu cầu sự tồn tại của đạo hàm của hàm  $f(x)$  và hàm  $g(x)$  tại  $x = a$ .

Tại các điểm khác, không cần phải có đạo hàm, và cũng không yêu cầu phải là liên tục. Tuy nhiên, nếu tồn tại đạo hàm tại một điểm giữa  $a$  và liên tục tại  $a$ , khi đó chúng ta có thể sử dụng công thức (1) theo cách khác, bằng việc áp dụng định lý giá trị trung bình cho tử số và mẫu số:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \frac{f'(c_1)(x - a)}{g'(c_2)(x - a)} = \frac{f'(c_1)}{g'(c_2)} \rightarrow \frac{f'(a)}{g'(a)} \quad (5)$$

khi  $x \rightarrow a$ . Ở đây  $c_1$  và  $c_2$  nằm giữa  $x$  và  $a$ , và cả hai cùng tiến tới  $a$  khi  $x \rightarrow a$ .

Nói chung công thức (1) cho ta một công cụ tốt tìm giới hạn không xác định mặc dù vậy nó vẫn còn một số hạn chế. Ví dụ như trong tình huống chúng ta giả thiết rằng  $f'(a) = g'(a) = 0$ , và trong tình huống này biểu thức bên phải của (1) vô nghĩa. Tuy nhiên chúng ta có thể sử dụng phương pháp chứng minh thứ hai để giải quyết vấn đề này theo các

bước sau. Giả thiết rằng  $c_1, c_2$  trong (5) có thể lấy bằng một giá trị khác, do đó phần đầu của (5) có thể viết lại như sau:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \quad (6)$$

trong đó  $c$  là điểm giữa  $x$  và  $a$ . Giới hạn khi  $x \rightarrow a$ , cho phép chúng ta thay thế số thương.

$$\frac{f(x)}{g(x)} \text{ bằng tỉ số } \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Khi đó qui tắc L'Hospital phát biểu rằng:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad (7)$$

miễn là giới hạn bên vế phải tồn tại. Các bạn cần chú ý rằng giả thuyết  $f(a) = g(a) = 0$  được đặt tại đây.

Qui tắc L'Hospital được đặt tên sau khi nhà toán học người Pháp (một học sinh của Bernoulli) xuất bản quyển sách mang tên "*Analyse des infiniment perils*" (trang 182, tại Paris năm 1696), đó là quyển sách đầu tiên về phép tính vi phân và tích phân để hiểu và được phổ biến một cách rộng rãi.

**Ví dụ 1:** Tại phần đầu của báo cáo này chúng ta đã ước tính giới hạn (2), (3) và (4) bằng công thức (1). Những giới hạn này có thể được tìm thấy bằng qui tắc L'Hospital (7):

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^2 + 5x - 14} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x - 7}{2x + 5} = \frac{5}{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{e^{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sec^2 6x}{2e^{2x}} = 3$$

Lý do (7) làm việc một cách trôi chảy và nhanh chóng trong các tình huống này vì trong mỗi trường hợp giới hạn thứ 2 đều có thể dễ dàng được tìm ra. Điều chúng ta quan tâm ở đây có phải là mọi thứ (1) đều có thể thực hiện, (7) có thể giải quyết nó một cách dễ dàng; và trong ví dụ tiếp theo khi (1) không thể thực hiện được thì (7) trở nên mạnh mẽ và có thể thực hiện nó một cách dễ dàng.

**Ví dụ 2:** Qui tắc L'Hospital đưa ra kết quả trong các vấn đề giới hạn như:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

Tại đây, công thức (1) không có tác dụng, chúng ta sẽ thấy sự sai sót trong việc cố gắng tính toán:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{\sin x}{2x} \Big|_{x=0} = \frac{0}{0}$$

Lý do (1) sai là giả thuyết  $g'(a) \neq 0$ , và điều kiện này không thoả mãn ở đây. Tuy nhiên với (7) ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

nếu như tồn tại giới hạn thứ hai. Nhưng giới hạn thứ hai một lần nữa có dạng  $0/0$ , vì vậy qui tắc L'Hospital áp dụng lần thứ hai cho phép chúng ta tiếp tục và nhận được kết quả chính xác:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2}$$

Một giới hạn khác cũng áp dụng được như thế này là:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \left(1 + \frac{1}{2}x\right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/2(x+1)^{-1/2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1/4(x+1)^{-3/2}}{2} = -\frac{1}{8}$$

Giới hạn trong Ví dụ 2 thể hiện tính ưu việt của qui tắc L'Hospital (7) hơn công thức (1): nó sẽ hợp lệ khi nào giới hạn bên phải tồn tại, bất chấp tình huống  $g'(a)$  tồn tại hay không. Do đó như chúng ta có  $f'(a) = g'(a) = 0$ , chúng ta sẽ có dạng không xác định  $0/0$  và chúng ta có thể áp dụng qui tắc L'Hospital lần thứ hai:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f''(x)}{g''(x)}$$

nếu như giả thiết rằng giới hạn cuối cùng tồn tại.

**Ví dụ 3:** Một số tình huống không để ý đến khi áp dụng qui tắc L'Hospital làm cho kết quả có thể không chính xác như trong tính toán sau:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos 4x}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Kết quả chính xác là:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x+3} = \frac{0}{3} = 0$$

Trong ví dụ này, tử số và mẫu số không đồng thời bằng 0 tại  $x=0$ , do đó qui tắc L'Hospital không áp dụng được.

Phương pháp chúng ta áp dụng là nếu  $f(x) \rightarrow 0$  và  $g(x) \rightarrow 0$  khi  $x \rightarrow \infty$ , thì:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad (8)$$

nếu như giới hạn phía trái tồn tại. Cuối cùng trong hai định dạng của qui tắc L'Hospital, như thể hiện trong các công thức (7) và (8), dễ dàng nhận thấy sự đúng đắn của các biểu thức này nếu các giá trị giới hạn phía phải là  $+\infty$  hoặc  $-\infty$ .

Nhận xét: Quy tắc L'hospital còn được mở rộng cho trường hợp khi  $x \rightarrow \infty$  (dạng 2 phần bài tập)

## PHẦN 2. BÀI TẬP

### Dạng 1. Tìm các giới hạn sau:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin x}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{6x^2-10x-4}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 5x}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3-5x+1}{\ln x}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \left(1 + \frac{1}{3}x\right)}{x^2}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} 3x}{x}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - x}{x^2}$
10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{1 + \cos \pi x}$
11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin x - x}$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 5x}$
13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\tan x}$
14.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln(\tan x)}{\sin x - \cos x}$
15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + 8x}{e^{2x} - 1}$
16.  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2}-2}{x^2-36}$
17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \tan x}$
18.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(\cos 2x)}{(x-\pi)^2}$
19.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/x}{\sin \pi/x}$
20.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$
21.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2x}{x - \sin x}$
22.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3}{\sin^3 x}$
23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{\sin 3x - 3 \sin x}$
24.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[5]{x}-1}$
25.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^3}{(x-2)e^x + x + 2}$

26. Qui tắc L'Hospital làm việc giống nhau trong trường hợp nếu như điều kiện  $f(a) = c(a) = 0$  được thay thế bằng điều kiện  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ . Hãy giải thích. Sử



dụng ý tưởng này để ước tính:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$

## Dạng 2. Tính các giới hạn sau:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^3}{3 + 2x^2 - 6x^3}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\tan x}{1 + \sec x}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\tan x}{\tan 3x}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^{3x}}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\csc x}$
8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^{10}}{x}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin^2 x)}{\ln x}$
10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cot x$
11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$
12.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\pi - 2x) \tan x$
13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 1)e^{-x^2}$
14.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x}$
15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \ln x$
16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} x \right)$
17.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x$
18.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc(5 \sin^2 x)$
19.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} \right)$
20.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$
21.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$
22.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$
23.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$
24.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^{\sin x}$
25.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan x}$
26.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{x^2}$
27.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1)^x$
28.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln(1+x)}$
29.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\sin x}$
30.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)^{1 - \cos x}$
31.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{1-x}$
32.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan x)^{\cos x}$
33.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + e^{ax})^{1-x}, a > 0$
34.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2 + e^x)^{2/x}$
35.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + ax)^{1-x}, a > 0$
36.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^{100})^{1-x}$
37.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1-x}$
38.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\tan x}$
39.  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{1(1-x^2)}$
40.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{1/x}$

41. Mặc dù trong các bài tập 23 tới 30, dạng không xác định là  $0^0$  không phải luôn luôn có kết quả là 1. Chỉ rõ điều này bằng tính giới hạn sau:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{p/\ln x}$$

với  $p$  là một hằng số khác 0.

42. (a) Vẽ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cho bởi:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

### Dạng 3.

1. Tính các giới hạn ( dạng  $\frac{0}{0}$  )

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x}} - \cos \frac{1}{x}}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - 1}{\ln x - x + 1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^x - a^x}{x^2}$$

2. Tính các giới hạn ( dạng  $\frac{\infty}{\infty}$  )

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{\frac{x}{2}}}{x + e^x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\tan \frac{\pi}{2} x}{\ln(1-x)}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$$

3. Tính các giới hạn ( dạng  $\infty - \infty$  )

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln(x + \sqrt{1+x^2})} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \left( x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x^6 - 1} \right]$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \cot x - \frac{1}{x} \right)$$

4. Tính các giới hạn ( dạng  $0 \cdot \infty$  )

$$a) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x \cdot \ln(x-1)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} x^{-5} \left[ \sin(\sin x) - x^3 \sqrt{1-x^2} \right]$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} x^{-3} [1 - (\cos x)^{\sin x}]$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{p}{1-x^p} - \frac{q}{1-x^q} \right] \text{ với } pq \neq 0$$

5. Tính các giới hạn ( dạng  $1^\infty$  )

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + a \tan^2 x)^{\frac{1}{x \sin x}} \text{ với } a \neq 0$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\ln x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}}$$

6. Tính các giới hạn ( dạng  $0^0$  )

$$a) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{x^x - 1}$$

7. Tính các giới hạn ( dạng  $\infty^0$ )

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^{x^x} - 1)$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan x^{2 \cos x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{\frac{1}{x}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$$

## KẾT LUẬN

Nội dung được trình bày trong báo cáo là những kiến thức bổ ích giúp người đọc hiểu được phần nào về vai trò quan trọng của quy tắc L'hospital trong tính giới hạn. Báo cáo là tài liệu tham khảo tốt cho các em sinh viên năm thứ nhất các trường Đại học. Do thời gian có hạn nên những nội dung được trình bày trong báo cáo vẫn còn hạn chế. Vì vậy nếu bạn đọc muốn tìm hiểu sâu hơn về báo cáo có thể tham khảo thêm các tài liệu được trích ở cuối báo cáo này.

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Nguyễn Đình Trí (Chủ biên), Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh, Toán học cao cấp tập 2, NXB Giáo Dục, 2009.
2. Trần Đức Long – Nguyễn Đình Sang – Hoàng Quốc Toàn , Giáo Trình Giải Tích Tập 1: Phép tính vi phân của hàm một biến và nhiều biến, NXB Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2004.
3. Bộ môn toán, trường Đại học Thủy Lợi, Giải tích một biến số, NXB Khoa Học Tự Nhiên Và Công Nghệ Hà nội, 2010.
4. Nguyễn Trường Thanh (Chủ biên), Nguyễn Thị Hằng – Nguyễn Thê Lâm – Nguyễn Thu Hằng – Nguyễn Thùy Linh – Mai Viết Nhuận, Giáo trình giải tích 1, NXB Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2020.